Vous venez de trouver une règle mise en ligne par des collectionneurs qui partagent leur passion et leur collection de jeux de société sur Internet depuis 1998.

Imaginez que vous puissiez accéder, jour et nuit, à cette collection, que vous puissiez ouvrir et utiliser tous ces jeux.

Ce rêve est devenu réalité !

Chantal et François ont créé l'Escale à jeux en 2013. Depuis l'été 2022, Isabelle et Raphaël leur ont succédé. Ils vous accueillent à Sologny (Bourgogne du sud), au cœur du Val Lamartinien, entre Mâcon et Cluny, à une heure de Châlon-sur-Saône ou de Lyon, une heure et demi de Roanne ou Dijon, deux heures de Genève, Grenoble ou Annecy et quatre heures de Paris (deux heures en TGV).

L'Escale à jeux est un ludogîte, réunissant un meublé de tourisme ★★★ modulable de 2 à 15 personnes et une ludothèque de plus de 9000 jeux de société.

Au total, 320 m² pour jouer, ripailler et dormir.

LUDOGÎTE.fr

ÉNERGIES RENOUVELABLES ? BIEN SÛR !

ESCALE À JEUX

escaleajeux.fr
09 72 30 41 42
06 24 69 12 99
escaleajeux@gmail.com

MEUBLÉ DE TOURISME ★★★
2014 CLASSEMENT VALABLE 5 ANS MINISTÈRE CHARGÉ DU TOURISME

LE JEU
DES PYRAMIS

LES JEUX DU MANOIR IMAGINAIRE

LA PYRAMIDE
DU COUSIN DE PHARAON

Il existait autrefois en Haute Egypte un cousin de Pharaon, pauvre et pieux, qui désirait construire une Pyramide. Mais il n'en avait pas les moyens ; chaque année, lorsqu'il avait rentré ses maigres récoltes, il était pris de désespoir en constatant qu'il ne pouvait pas encore et toujours pas engager sa construction. Il fit donc demander aide et conseil au Grand Prêtre de Horus. Celui-ci lui répondit bientôt en le taxant de mille scarabées d'argent. Il lui envoya aussi la description et le dessin d'un bloc de pierre nommé Pyramis, lui recommandant d'en faire exécuter vingt ; il disait enfin que les blocs seraient aussi gros qu'on voudrait, à condition qu'ils soient tous bien semblables.

Ayant lu la description et regardé le dessin du Pyramis, le cousin de Pharaon fut fort ennuyé. Il n'entendait rien à la géométrie des pierres, et d'ailleurs à n'importe quelle géométrie. Alors il décida de payer sur vingt ans les mille scarabées et confia le papyrus à son scribe prosterné. Et les années passèrent. Quand arriva le jour où il fut débarrassé de sa dette, il osa enfin s'adresser de nouveau au Grand Prêtre, et lui fit demander comment disposer les Pyramis pour obtenir la Pyramide de ses rêves. Hélas, son messager revint lui apprendre que le Grand Prêtre était mort et que son successeur déclarait ne rien lui devoir. Le cousin de Pharaon se dit alors : «Je suis trop vieux pour apprendre la géométrie des pierres, l'archiprêtre de ma bourgade est encore plus sot que moi, mes femmes ne valent rien, mon scribe boit». Et il fut saisi d'une affreuse crainte de la mort.

Malgré tout, il se reprit, commanda que l'on taille vingt Pyramis, chacun de cent coudées de haut, et partit en croisière sur le Nil bleu. Les crues du fleuve, donc les récoltes, avaient été bonnes ces années-là. Quand il revint, son tailleur de pierre l'attendait et lui présenta le travail ; c'étaient de petits blocs d'une demi-paume, car le scribe avait fait une faute de hiéroglyphe en recopiant le contrat. Le cousin de Pharaon en pleura ; cela lui coûtait encore mille scarabées d'argent. Et les petits Pyramis restèrent à l'abandon, dans la cour du palais où le tailleur de pierre les avait livrés.

Naturellement, des enfants du palais jouèrent avec eux. Et un beau jour, le cousin de Pharaon vit arriver en courant l'un de ses serviteurs, qui était au courant de l'histoire, et qui lui annonça entre deux sanglots de joie que les enfants avaient construit la Pyramide. On courut voir : hélas, les enfants apeurés avaient remis les Pyramis en place, répandu de la poussière dessus et s'étaient cachés dans les greniers. On fouetta le serviteur coupable d'une fausse nouvelle.

Or cette histoire fit beaucoup parler. Tout le monde regarda les Pyramis avec un nouvel intérêt. Et à la surprise générale, l'archiprêtre qui n'ouvrait la bouche que pour manger, annonça au cousin de Pharaon que sa Pyramide possèderait autant de cavités intérieures qu'elle aurait d'étages. On le crut fou ; le cousin de Pharaon fut très contrarié. Le scribe, sans même s'accroupir, ajouta que le difficile était de mettre les cinq cavités à l'intérieur de la Pyramide de vingt blocs, mais que cela permettrait au cousin de Pharaon d'avoir un luxueux appartement funéraire, que lui-même, le scribe décorerait sans boire. On le crut encore plus fou ! Le cousin de Pharaon pensa alors que le moment était venu de renoncer à sa Pyramide, et qu'il lui fallait remettre de l'ordre et de la décence dans son palais. Il donna les blocs aux enfants et leur ordonna de jouer avec, persuadé de mettre terme à toutes ces folies.

Dès le lendemain, les Pyramis formaient une Pyramide parfaite. On n'osa pas en parler au cousin de Pharaon. Le jour suivant, d'autres enfants avaient taillé d'autres Pyramis dans de l'argile séchée ou dans le bois et avaient construit d'autres Pyramides. En une semaine on en compta vingt, en un mois on en compta cent, en trois mois on en compta mille. Le scribe s'épuisait à aller les observer dans les coins les plus reculés de la bourgade ; il n'en dormait plus et ne trouvait plus le temps de boire. Mais personne n'osait en parler au cousin de Pharaon.

Là-dessus arriva la grande fête d'Isis et d'Osiris, où, selon la coutume, tous les habitants venaient offrir des présents au cousin de Pharaon. Quand arriva la procession des offrandes, enfants en tête, tout le palais fut affolé. Chaque enfant apportait une Pyramide. L'archiprêtre se trouva mal, le scribe se cacha la tête entre les genoux, le cousin de Pharaon ouvrit des yeux comme des fleurs de lotus. Les enfant déposèrent mille sept cent soixante douze Pyramides parfaites au pied du trône. La grande salle en fut remplie.

Le cousin de Pharaon mit trois jours à s'en remettre, ce qui fit durer la fête au-delà de la coutume. Il répondit enfin à ces offrandes par un grand lâcher de tous ses faucons. Et puis il se fit enfermer dans la grande salle du palais, portes closes et scellées, avec toutes ses Pyramides, pour méditer car il était devenu très vieux. On ne sait pas ce qu'il advint de lui. On pense qu'il mourut heureux, le deuxième ou le troisième jour, sans que personne osa ouvrir les portes scellées. Le palais demeura clos. On l'abandonna. Le sable du désert l'envahit peu à peu, la bourgade se dépeupla. Et puis un nouvel architecte vint à la mode, nommé Lecorbusis, qui créa la Pyramide fonctionnelle à base carrée, et l'histoire sombra dans un oubli aussi général qu'immérité. Jamais aucun cousin de Pharaon n'avait fait construire autant de Pyramides !

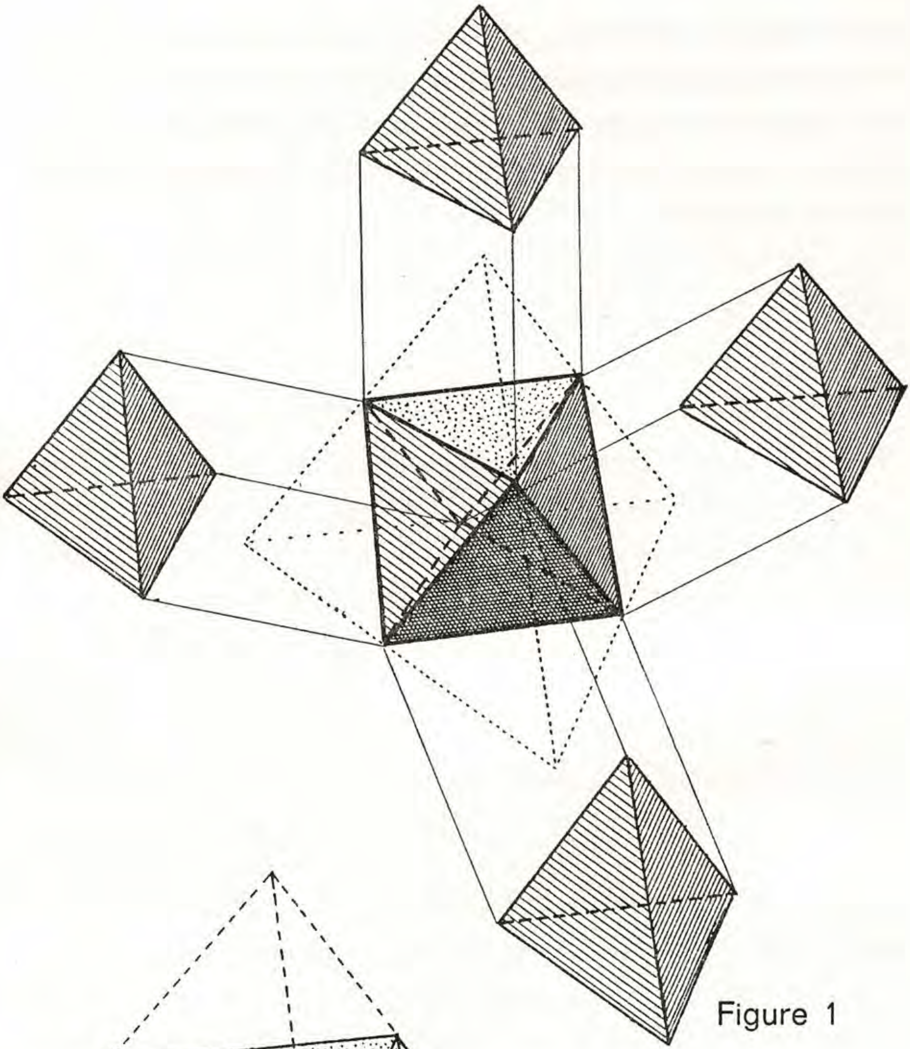


Figure 1

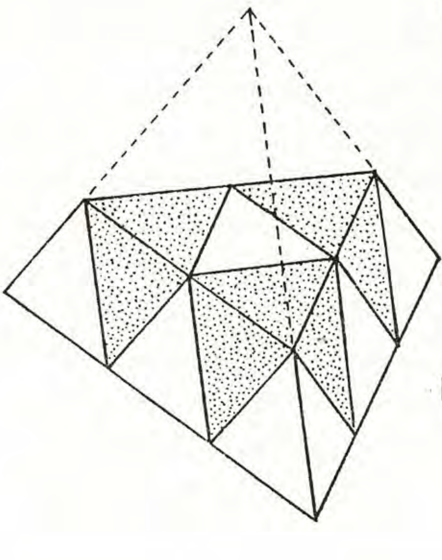


Figure 2

NOTE COMPLEMENTAIRE POUR LES GEOMETRES D'AUJOURD'HUI

La pyramide à construire était évidemment un tétraèdre parfait. On nomme ainsi un solide à quatre faces, dont chacune est un triangle à trois côtés égaux. Les quatre faces du tétraèdre sont donc égales entre elles ; la pyramide peut se poser sur le sol de quatre façons distinctes. Il faudra en tenir compte lorsque nous aurons découvert une solution et qu'on voudra la comparer aux solutions déjà connues.

Le volume du tétraèdre se décompose en deux espèces de volumes plus petits, des tétraèdres et des octaèdres. L'octaèdre est un volume à huit faces, chaque face étant un triangle équilatéral. Si on accole quatre tétraèdres à quatre faces judicieusement choisies d'un octaèdre de même longueur d'arète, on retrouve un tétraèdre deux fois plus haut, donc à deux étages (figure 1). Pour rajouter un troisième étage, par la base, il faut rajouter trois octaèdres et sept tétraèdres, comme le montre la figure 2. Les sept tétraèdres sont de deux espèces : six sont posés sur une de leurs faces ; le septième est posé sur la pointe. Sur la figure 2, les octaèdres sont grisés, les tétraèdres laissés en blanc. On voit cinq tétraèdres posés sur la base, le sixième étant caché, et on voit le septième, au centre du sommet de l'étage, qui montre une face, et est donc posé sur sa pointe.

Le nombre d'octaèdres et de tétraèdres nécessaires pour une pyramide à n étages est alors :

Nombre d'étages	Octaèdres	Tétraèdres sur sa base	Tétraèdres sur sa pointe
1 étage	0	1	0
2 étages	1	4	0
3 étages	4	10	1
4 étages	10	20	4
5 étages	20	35	10
....	....	....	....
n étages	$C_{(n-1), 4}$	$C_{n, 4}$	$C_{(n-2), 4}$

avec la valeur : $C_{x, 4} = (1/6)\,(x)\,(x+1)\,(x+2)$ et par exemple :

9 étages	120	165	84

Le Pyramis du grand prêtre d'Horus est évidemment composé d'un octaèdre et de deux tétraèdres dont deux arètes sont alignées, ou bien, sur la figure 1, deux quelconque des quatre tétraèdres représentés.

Avec vingt Pyramis, on dispose donc de tous les octaèdres nécessaires à la pyramide à 5 étages, mais de seulement 40 tétraédres, alors que le volume complet en demande 35 + 10 = 45. L'assemblage des Pyramis laisse donc cinq trous, qu'il convient quand on est égyptien d'autrefois de cacher le mieux possible au cœur de la pyramide.

Quel que soit le nombre d'étages, comme l'avait bien vu l'archiprêtre, le nombre de trous est égal au nombre d'étages. On a en effet la relation générale :

$$C_{n,4} + C_{(n-2),\,4} = 2.\,C_{(n-1),\,4} + n$$

ce que tout le monde peut évidemment vérifier, surtout les mathématiciens !

COMMENT CLASSER LES SOLUTIONS ?

Il y a certainement beaucoup de solutions distinctes à la pyramide de 5 étages, faite de vingt Pyramis. Mon idiot d'ordinateur n'a pas encore, à l'heure où j'écris, été foutu de m'en donner le nombre. Je travaille donc à main nue. Cependant, quand je parviens à une pyramide parfaite, j'ai envie de savoir si c'est une solution nouvelle pour moi ou déjà connue. Pour faciliter cette recherche, j'ai eu besoin de classer les solutions.

Observons les vingt-cinq petits triangles présents sur chaque face d'une pyramide ; dix d'entre eux sont les faces d'un octaèdre, les quinze autres appartiennent aux petits tétraèdres qui viennent se loger entre les octaèdres. Pour que la face soit pleine, il faut donc qu'elle montre dix blocs, pas un de plus, pas un de moins, puisque chaque bloc possède un seul octaèdre.

Sur ses quatre faces, la pyramide montre donc 4 fois dix blocs, soit 40. Mais les quatre blocs des coins sont comptés trois fois dans ce total, et les 12 blocs de milieu d'arète deux fois. Le solide montre donc 40 - 8 - 12 = 20 blocs.

Tous les blocs sont donc décrits à partir des quatre dessins des faces.

Une solution est donc entièrement définie si l'on connaît les dessins des quatre faces. Pour la commodité, ces quatre faces seront dessinées comme dans la figure 3. Les trois faces visibles de la pyramide seront dépliées côte à côte, avec le sommet S au centre du dessin, et les trois sommets A B et C au pourtour, le sommet A répété. Ces faces seront décrites vue de l'extérieur de la pyramide. La quatrième face, qui sert de base à la pyramide, sera décrite

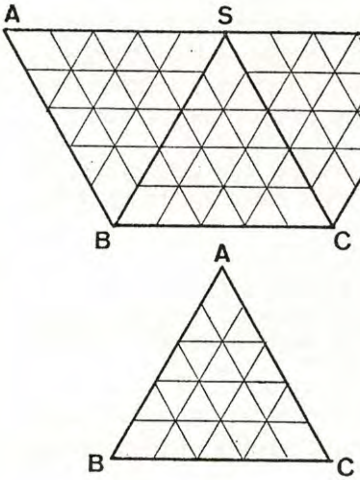
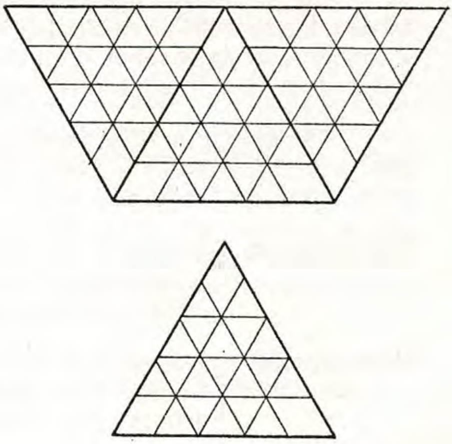
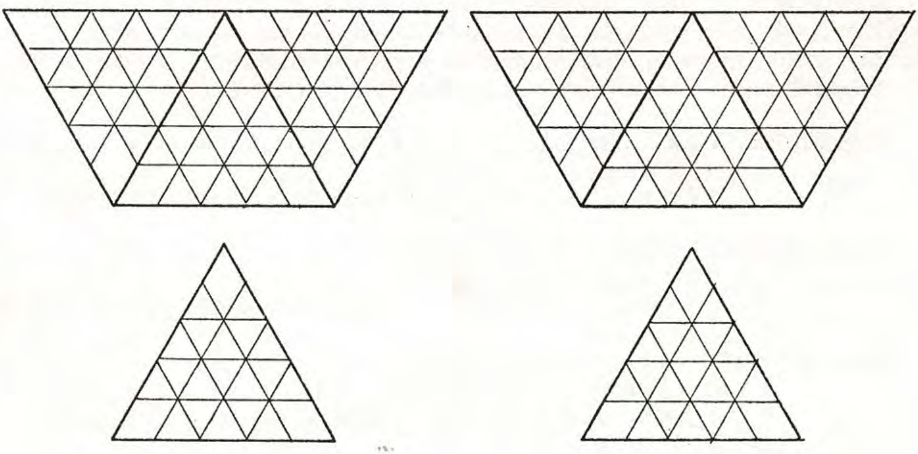


Figure 3





Grille pour noter les solutions

au contraire de l'intérieur de la pyramide, de façon qu'il suffise de poser dessus les dix premiers blocs. Ceci est une convention de pure commodité.

Dans ces dessins, un bloc peut montrer trois faces différentes. Il possède en effet deux faces de 3 triangles, deux faces de 2 triangles et deux faces d'un seul triangle. C'est par rapport à ces faces d'un seul triangle que l'on va faire le premier classement.

On établit en effet facilement par le calcul que pour les côtés pleins de la pyramide il existe seulement trois répartitions entre les trois types de faces des blocs. Ce sont :

Répartition A
5 faces à 3 triangles
5 faces à 2 triangles
0 face à 1 triangle — total 10 faces et 25 triangles

Répartition B
6 faces à 3 triangles
3 faces à 2 triangles
1 face à 1 triangle — total 10 faces et 25 triangles

Répartition C
7 faces à 3 triangles
1 face à 2 triangles
2 faces à 1 triangle — total 10 faces et 25 triangles

Mais la base n'a pas besoin d'être pleine. A ma connaissance, elle ne peut cependant posséder plus d'un trou, si les vingt blocs sont employés. La base est alors, et elle seule pour la correction de la solution, susceptible de quatre répartitions supplémentaires à partir des faces visibles des Pyramis. Ce sont :

Répartition D
4 faces à 3 triangles
6 faces à 2 triangles
0 face à 1 triangle — total 10 faces et 24 triangles

Répartition E
5 faces à 3 triangles
4 faces à 2 triangles
1 face à 1 triangle — total 10 faces et 24 triangles

Répartition F
6 faces à 3 triangles
2 faces à 2 triangles
2 faces à 1 triangle — total 10 faces et 24 triangles

Répartition G
7 faces à 3 triangles
0 face à 2 triangles
3 faces à 1 triangle — total 10 faces et 24 triangles

Ce n'est pas la peine de retenir tout ceci : il suffit de compter sur chaque côté de la pyramide le nombre des petits triangles élémentaires présents. Ceci donnera la lettre représentative de la répartition. On aura par exemple B, A, C, G. On écrira ensuite ces lettres dans l'ordre alphabétique A, B, C, G ce qui formera le sigle d'une classe de rangement de nos nombreuses solutions. Les lettres D, E, F, G, ne peuvent figurer qu'une seule fois dans le sigle pour que la solution soit correcte ; elles viendront toujours en fin de classement.

Quand le sigle est formé avec seulement A, B ou C, la base est indifférente. Le classement alphabétique des lettres du sigle permet alors d'appréhender facilement les doubles emplois de solutions.

Il ne résulte pas de tout ceci qu'une seule solution existe pour chaque sigle. La solution B, B, B, B le montre bien, qui utilise quatre faces B toutes différentes. Rien que dans les 11 solutions de cette notice, on trouve 14 faces B distinctes.

Ceci n'est donc qu'un premier étage de classement. On peut dessiner toutes les faces B possibles. Il y en a un grand nombre ; à vous de jouer !

Faites donc photocopier la grille proposée pour la description des solutions, et en avant.

LES APPARTEMENTS DU COUSIN DE PHARAON

Examinons ensuite où sont les trous dans les solutions dont l'extérieur est lisse. On conviendra, du point de vue du cousin Pharaon, qu'il est beaucoup plus agréable de disposer de trous dont la base soit horizontale que de trous pointant leur sommet vers le sol. On conviendra aussi, du même point de vue, que les trous dont un sommet atteint la face extérieure de la pyramide ne sont pas du tout sûrs pour y demeurer longtemps à l'abri des voleurs et des agressions de l'atmosphère. Il conviendra donc de classer les pyramides en fonction du confort et de la sécurité qu'offrent les trous de chaque solution.

Pour représenter les emplacements des trous d'une solution, je ne vois pas d'autre méthode claire que de représenter les cinq planchers des cinq étages, et de noter les trous en noir s'ils s'élèvent au-dessus du plancher et en grisé s'ils sont situés au-dessous, car ils ont alors la pointe en bas. Le bas de la pyramide, plancher 0, ne peut alors avoir que des trous noirs. C'est un très joli exercice que de prendre une pyramide parfaite et de représenter ainsi les trous, selon les quatre dispositions qu'elle peut prendre. C'est cependant un exercice inutile, car les trous grisés restent grisés dans les trois autres positions de la pyramide, les noirs restant eux aussi noirs. Les noirs ont en effet leurs quatre faces parallèles aux quatre faces de la pyramide, tandis que les grisés pointent leurs quatre sommets vers ces quatre faces.

Le problème revient donc à multiplier les noirs, et à faire en sorte qu'ils ne touchent à aucun grisé. Hélas, cela parait fort ardu. Les noirs intérieurs possibles ne sont que trois dont deux dans la base et un à l'étage N° 1. Et il n'est pas prouvé qu'il soit possible de construire une pyramide aussi confortable sans lui couper le sommet, ce qui serait l'horreur absolue !

Les trous grisés sont par contre au nombre de 10, mais ils touchent tous à deux faces extérieures de la pyramide. C'est peut-être en découvrant cela qu'est mort le cousin de Pharaon.

Quoi qu'il en soit, la question du plus grand confort et commodité funéraire n'est pas tranchée. Chercheurs, s'il vous plait, à vos tables !

LA PYRAMIDE A QUATRE ETAGES

Pour vous aider un brin, on tâchera maintenant d'en faire le plus possible avec la pyramide à quatre étages, qui se construit avec dix Pyramis. On peut ainsi aboutir à un grand nombre de solutions à cinq étages (ici près de 200 !) si l'on sait construire avec les dix autres blocs un premier étage bien plat. Tel est le cas de la figure ci-dessous (fig. B.B.B.G.) où la pyramide à cinq étages se décompose en une pyramide parfaite à quatre étages et une base plane. La base possède alors un seul trou, et c'est même un trou noir, bien caché. Du bon travail.

Si vous trouvez une autre base plane, de 10 blocs, vous aurez trouvé autant de solutions que celles que j'expose ici. Ma base possède d'ailleurs une symétrie, dont l'axe est la hauteur commune au trou noir et à la base de la pyramide, ce qui me donne déjà la moitié de mes solutions !

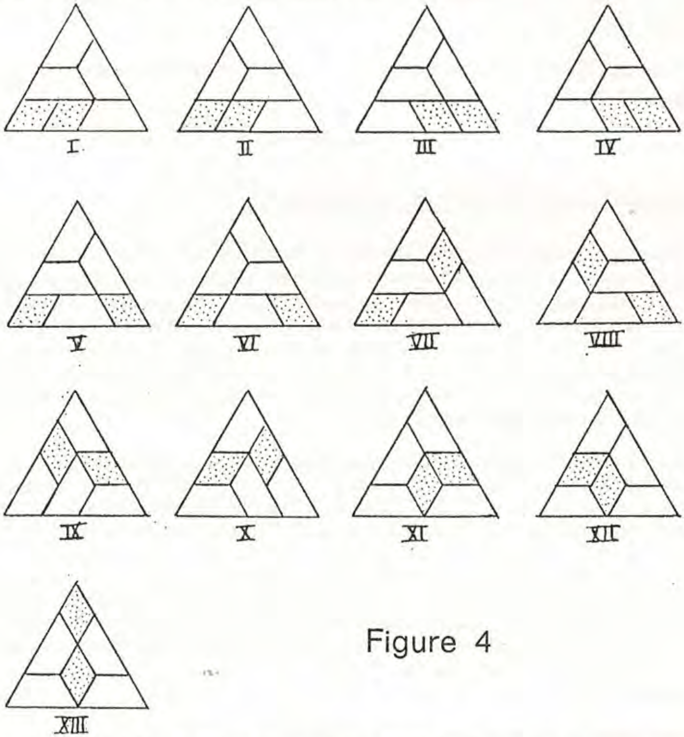


Figure 4

Dans la pyramide à quatre étages, chaque face de la pyramide montre six blocs. Comme pour sa grande sœur à cinq étages, il suffit donc de décrire les quatre faces pour connaître tout de la disposition des blocs, car les dix blocs sont tous extérieurs. Mais une restriction supplémentaire apparaît. Il n'existe que deux répartitions des faces de blocs sur les faces de pyramide. Ce sont :

Répartition M — 4 faces à 3 triangles, 2 faces à 2 triangles, 0 face à 1 triangle — total 6 faces et 16 triangles

Répartition N — 5 faces à 3 triangles, 0 face à 2 triangles, 1 face à 1 triangle — total 6 faces et 16 triangles

Mais la répartition N est elle-même impossible, car, comme vous allez le vérifier par vous-même, tout de suite, elle conduit toujours à une base plane d'un seul trou, ce qui oblige trois trous dans une pyramide de trois étages, ce qui est encore impossible si l'on veut toujours cacher les trous à l'intérieur du monument. Si je vais trop vite dans mon exposé, prenez tout votre temps pour me vérifier.

A mon idée donc, il ne reste qu'une seule façon de construire un côté convenable à cette pyramide, c'est celle de la répartiton M. Je peux alors dessiner treize faces possibles et pas une de plus. Curieux nombre ! Les voici, nommées par des chiffres romains, sur la figure 4.

Le jeu change alors d'aspect. Au lieu de manipuler des blocs, il me suffit de faire un puzzle de quatre de ces treize triangles, que je peux d'ailleurs utiliser plusieurs fois dans la même solution. C'est plus rapide que les blocs.

Avec ces treize formes, je ne sais fabriquer que 11 pyramides parfaites, qui sont :

n1	I, III, V, IX	n7	V, VIII, XII, XII
n2	I, VI, VIII, IX	n8	VI, VI, XII, XII
n3	II, II, III, III	n9	VI, VII, XI, XIII
n4	II, IV, VI, X	n10	VII, VII, VIII, VIII
n5	IV, V, VII, IX	n11	XIII, XIII, XIII, XIII
n6	V, V, XI, XO		

Cette recherche est très facile si l'on dispose de treize triangles de carton portant les treize faces possibles. Ces 11 pyramides, jointes aux deux bases symétriques décrites plus haut fournissent 198 solutions distinctes, c'est à dire non superposables mais éventuellement symétriques, de la pyramide à cinq étages.

Quand une pyramide à 4 étages possède quatre faces distinctes, il existe 12 façons de la poser sur la base. La même base se pose de trois façons différentes, et il y a quatre bases possibles, ce qui fait douze. Mais le cinquième étage qui est la base ayant deux dispositions distinctes, nous voici à 24 solutions. Ce cas est celui des pyramides n1, n2, n4, n5, n7, n9 soit 144 solutions. Les pyramides n3, n6, n8, n10 n'ont que deux faces distinctes, elles ne donnent donc que 12 solutions, soit encore 48 nouvelles pyramides à 5 étages.

La pyramide n11 ne donne quant à elle que 6 solutions.

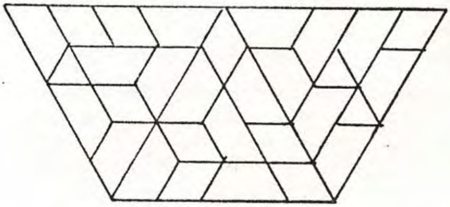
Nous voici donc à la tête de 144 + 48 + 6 = 198 solutions, faciles à construire. Elles appartiennent toutes à la famille de sigle B, B, B, G. Ce n'est pas dire pour autant que cette famille soit entièrement décrite. Il est en effet possible de disposer un trou sur la face cachée de la pyramide à quatre étages, ce qui fait repartir la recherche, avec du terrain vierge à parcourir !

Et le jeu continue...

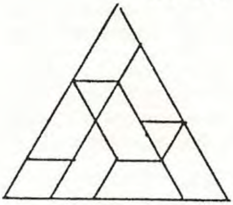
Il a bien fallu que je m'arrête un peu de jouer pour vous introduire dans cette affaire. Maintenant que cela est fait, je peux continuer tout seul. Quand vous et moi en aurons fini, je vous raconterai l'histoire de la pyramide fonctionnelle à base carrée. Mais ceci formera un nouveau rêve.

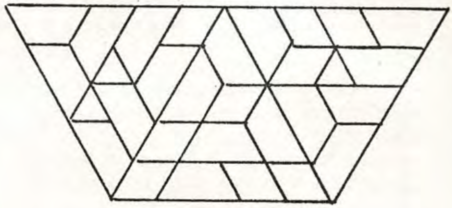
Sept. 79.

Bernard GIRETTE

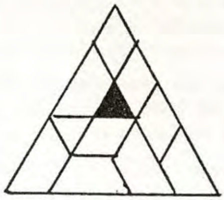


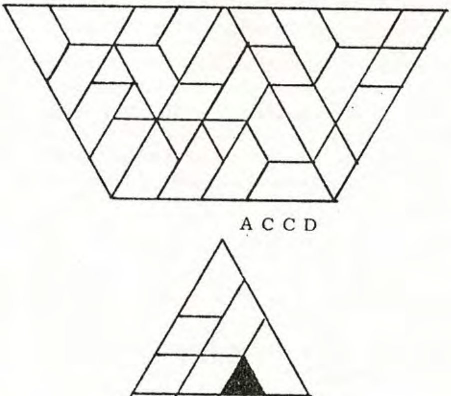
A B C C



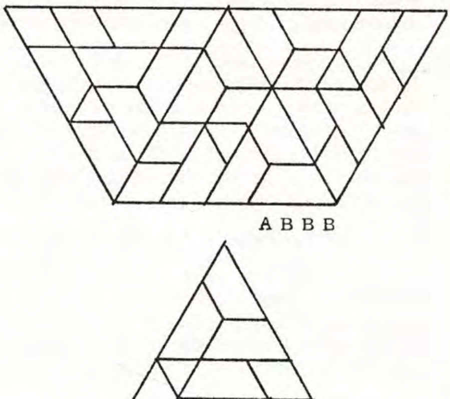


A B C E

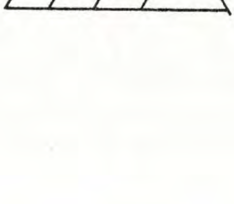


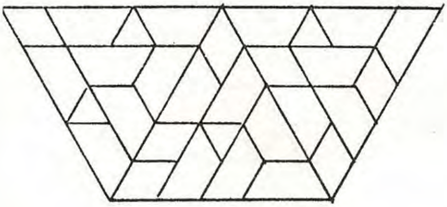


A C C D

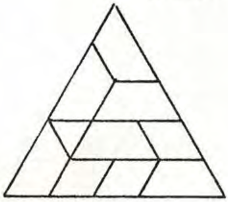


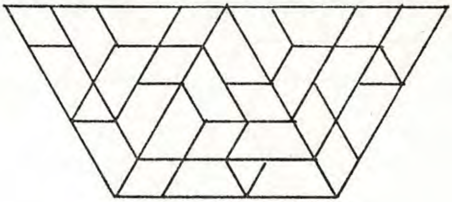
A B B B



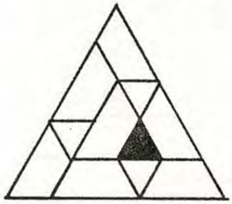


B B B C

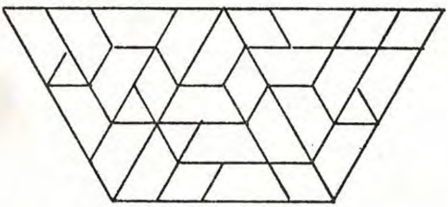




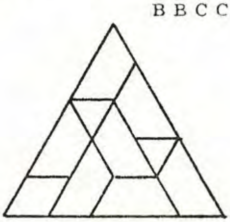
B B B G

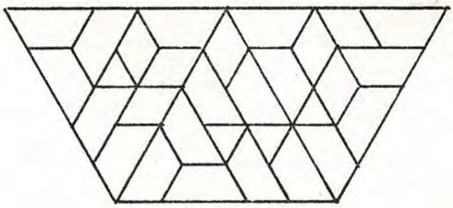


Pyramide à quatre étages et base plane

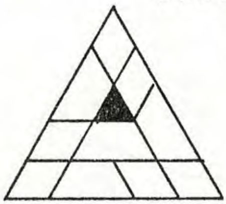


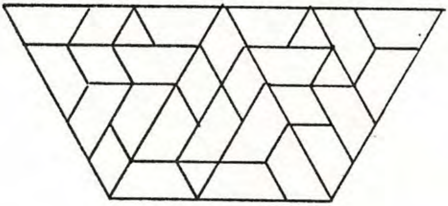
B B C C



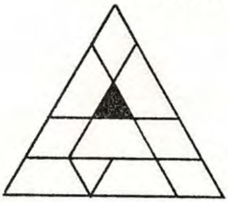


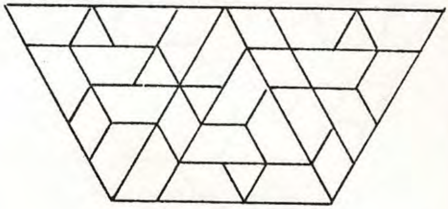
B B C D



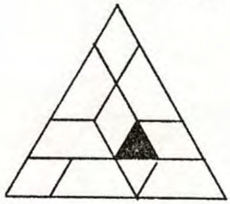


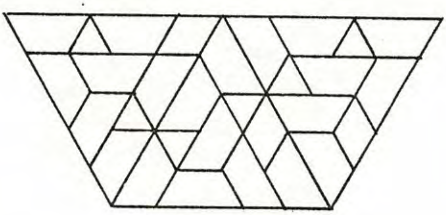
B B C E



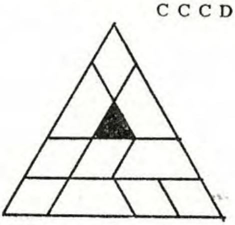


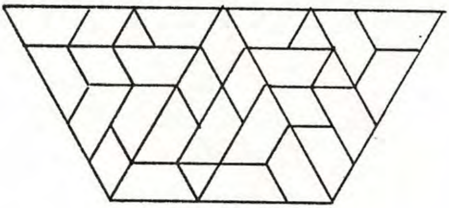
B C C E



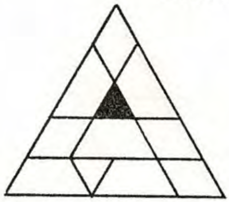


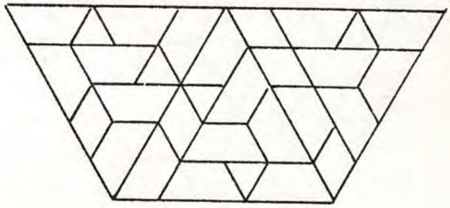
C C C D



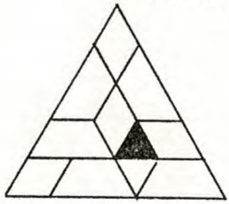


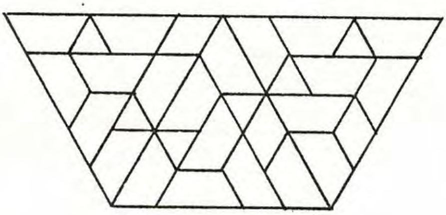
B B C E





B C C E





C C C D